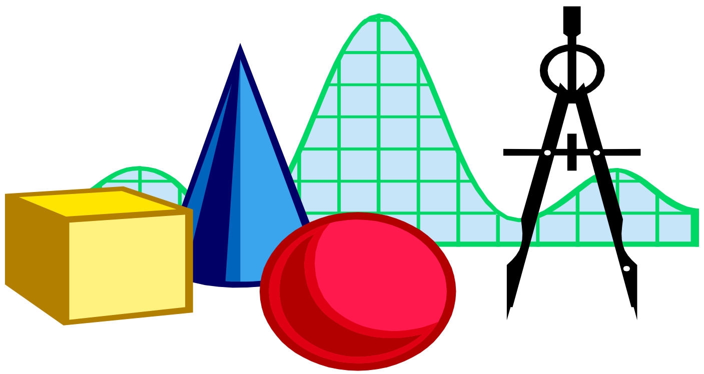
对数求导法

数学教研室



有时会遇到这样的情形，即虽然给出的是显函数但直接求导有困难或很麻烦

观察函数 $y=\dfrac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}$， $y=x^{\sin x}$.

方法:

先在方程两边取对数，然后利用隐函数的求导方法求出导数.——目的是利用对数的性质简化求导运算。

--------对数求导法

适用范围:

多个函数相乘、乘方、开方和幂指函数

$u(x)^{v(x)}$的情形.

例1 设 $y=\dfrac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}$，求$y'$.

解 等式两边取对数得

$$\ln y=\ln(x+1)+\frac{1}{3}\ln(x-1)-2\ln(x+4)-x$$

上式两边对 x求导得

$$\frac{y'}{y}=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{3(x-1)}-\frac{2}{x+4}-1$$

$$\therefore y'=\frac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}[\frac{1}{x+1}+\frac{1}{3(x-1)}-\frac{2}{x+4}-1]$$

例2 设 $y = x^{\sin x}\ (x > 0)$, 求y'.

解 等式两边取对数得 $\ln y = \sin x \cdot \ln x$

上式两边对x求导得

$$\frac{1}{y} y' = \cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\therefore y' = y(\cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x})$$

$$= x^{\sin x}(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x})$$

对数求导法的作业：

$(1)\ y=\sin x^{\cos x}$

$(2)\ y=(1+x^{2})^{\tan x}$

$(3)\ y=\sqrt{x\sin x\sqrt{1-e^{x}}}$

$(4)\ y=x^{2^{x}}+2^{x^{x}}+x^{x^{2}}$

$(5)\ y=(\arcsin x)^{\tan x}$

$(6)\ y=\dfrac{\sqrt{x+1}(2-x)^{3}}{(x-1)^{4}}$

$(7)\ y=x^{\frac{1}{y}}$

$(8)\ x^{y}+y^{x}=1$

初等函数的求导问题

1.常数和基本初等函数的导数公式

$$(C)' = 0 \qquad (x^{\mu})' = \mu x^{\mu-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \qquad (e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \qquad (\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

2.函数的和、差、积、商的求导法则

设$u=u(x), v=v(x)$可导，则

（1）$(u \pm v)' = u' \pm v'$，（2）$(cu)' = cu'$（C 是常数）

（3）$(uv)' = u'v + uv'$，（4）$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} (v \neq 0)$.


感谢聆听