

## 试题四

### 一、填空题

(每小题 2 分, 共 20 分)

- 1、函数  $y = \sqrt{x^2 - 2} + \arcsin \frac{x}{2}$  的定义域为\_\_\_\_\_。
- 2、无穷小量的倒数为\_\_\_\_\_。
- 3、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{x-1} =$ \_\_\_\_\_。
- 4、曲线  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$  的拐点为\_\_\_\_\_。
- 5、\_\_\_\_\_公式把定积分与不定积分联系起来。
- 6、已知函数  $y = \int_0^{x^2} e^t dt$ , 则微分  $dy =$ \_\_\_\_\_。
- 7、定积分  $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$  的几何意义是\_\_\_\_\_。
- 8、 $\int_0^1 x e^{x^2} dx =$ \_\_\_\_\_。
- 9、求一阶线性非齐次方程解的方法是\_\_\_\_\_。
- 10、已知  $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = 0$ , 则此微分方程的通解为\_\_\_\_\_。

### 二、判断题

(每小题 2 分, 共 20 分)

- 1、无穷小量不是 0, 但 0 是无穷小量。
- 2、可导一定连续, 连续不一定可导。
- 3、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin Ax}{x} = \frac{1}{A}$ 。
- 4、函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内的极大值必定大于其极小值。
- 5、
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left[ \frac{1}{x} - \cot x \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2 \sin x}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{3x^2} = \frac{1}{3}。$$
- 6、函数  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  连续, 则该函数一定有最大值和最小值。
- 7、 $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{3} \sin^3 x + c$ 。
- 8、若在区间  $[-a, a]$  上, 函数  $f(x)$  连续且为偶函数, 则
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx。$$
- 9、平面图形由  $a \leq x \leq b, 0 \leq f(x) \leq g(x)$  围成, 其绕  $x$  轴旋转一周的生成的旋转体的体积

为:  $V = \pi \int_a^b [g(x) - f(x)]^2 dx$ 。

10、微分方程通解中的独立常数个数完全由微分方程的阶所决定。

### 三、选择题

(每小题 4 分, 共 20 分)

1、当  $x \rightarrow 0$  时, 下面各式中为无穷小量的是 ( )

- A.  $x \sin \frac{1}{x}$     B.  $e^{\frac{1}{x}}$     C.  $\ln x$     D.  $\frac{1}{x} \cdot \sin x$

2、曲线  $y = x^3 + x - 1$  上哪点的切线与直线  $3y = 4x - 2$  平行? ( )

- A. (1,1) 和 (-1,-3)                  B. (1,-1) 和 (-1,3)  
C.  $(\frac{1}{3}, -\frac{17}{27})$  和  $(-\frac{1}{3}, -\frac{37}{27})$     D.  $(\frac{1}{3}, \frac{37}{27})$  和  $(-\frac{1}{3}, -\frac{37}{27})$

3、函数  $y = f(x)$  在点  $x = x_0$  处, 取得极大值, 则\_\_\_\_\_。

- A.  $f'(x_0) = 0$                           B.  $f''(x_0) < 0$   
C.  $f'(x_0) = 0$  且  $f''(x_0) < 0$         D.  $f'(x_0) = 0$  或不存在

4、 $\int x \sin x dx = \underline{\hspace{2cm}}$

- A.  $-x \cos x + \sin x + c$     B.  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8} \cos 2x + c$   
C.  $x \cos x - \sin x + c$         D.  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8} \sin 2x + c$

5、方程  $y'' + 4y' + 5y = 0$  的通解是

- A.  $e^{-4x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$     B.  $e^{-2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$   
C.  $Ce^{-2x}(\cos x + \sin x)$             D.  $Ce^{-4x}(\cos 2x + \sin 2x)$

### 四、计算题

(每小题 10 分, 共 40 分)

1、设  $\arctan \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

2、试讨论函数  $y = x - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$  在整个定义域上的单调性与极值, 并判断该函数是否存在拐点。

3、计算定积分:  $\int_1^{\sqrt{5}} \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$ 。

4、求微分方程的特解  $y' + \frac{y}{x} = e^x$ ,  $y|_{x=1} = 0$ 。