

试题五

一、填空题

(每小题 2 分, 共 20 分)

- 1、 $y = \ln(1-x^2) + \arcsin 3x$ 的定义域为_____。
- 2、函数 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的充分必要条件是_____。
- 3、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{2x+1} =$ _____。
- 4、 $d(\arcsin e^{2x}) =$ _____。
- 5、导数 $f'(x_0)$ 反映在几何上就是曲线 $y = f(x)$ 在 x_0 处的_____。
- 6、设 $y = y(x)$ 由方程 $\log_2 y - \sin(xy) = 1 + 2y$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
- 7、 $\int_{-2}^2 \frac{x^2 + x \ln(x^4 + 1)}{2 + \sqrt{4-x^2}} dx =$ _____。
- 8、设 $y = \arctan \frac{1}{x}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____, $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____。
- 9、已知方程 $y'' - 2y' + 5y = 0$, 则通解 $y =$ _____。

二、判断题

(每小题 2 分, 共 20 分)

- 1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 1$ 。
- 2、分段函数属于初等函数。
- 3、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\ln(1+x)]'}{(\sin x)'}$ 。
- 4、函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内的极大值必定大于其极小值。
- 5、
$$\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx = \int_0^\pi \sqrt{2 \cos^2 x} dx$$
$$= \sqrt{2} \int_0^\pi \cos x dx = \sqrt{2} \sin x \Big|_0^\pi = 0$$
。
- 6、积分法是微分法的逆运算。
- 7、定积分的区间具有可加性。
- 8、微分方程的解分两类, 即通解和特解。
- 9、若 y_1, y_2 是 $y' + p(x)y = 0$ 的两个解, C_1, C_2 为任意常数, 则 $C_1 y_1 + C_2 y_2$ 不是此方程的解。

10、 $[\int_0^{x^3} \cos t dt]' = \cos x^3 - 1$ 。

三、选择题

(每小题 4 分, 共 20 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- A. 0 B. 2 C. -2 D. 3

2、 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x \cos \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$ 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- A. 连续点 B. 可去间断点
C. 跳跃间断点 D. 振荡间断点

3、设 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int xf(x)dx =$

- A. $e^{-x}(1-x) + c$ B. $-e^{-x}(1+x) + c$
C. $e^{-x}(x-1) + c$ D. $e^{-x}(1+x) + c$

4、函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处, 取得极大值, 则 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- A. $f'(x_0) = 0$ B. $f''(x_0) < 0$
C. $f'(x_0) = 0$ 且 $f''(x_0) < 0$ D. $f'(x_0) = 0$ 或不存在

5、下列命题正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- A. y_1 和 y_2 是 $A(x)y'' + B(x)y' + C(x)y = 0$ 的两个解, 则 $C_1y_1 + C_2y_2$ 是该方程的通解。
B. $(y')^2 + y = \sin x$ 是一阶微分方程
C. $(y')^2 + y = e^x$ 是二阶微分方程
D. $y'' + y' = \sin x$ 是二阶非线性微分方程

四、计算题

(每小题 10 分, 共 40 分)

1、求导数: $y = 2^{x^x}$ 。

2、求解不定积分: $\int \frac{\arctan \sqrt{x} dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ 。

3、 $\int_1^{16} \frac{1}{2 + \sqrt[4]{x}} dx$ 。

4、求解微分方程的通解： $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$ 。