

## 试题一

一、填空题 (根据要求填空。每小空 2 分, 共 20 分)

1、有界变量或常数与无穷小的乘积是\_\_\_\_\_。

2、已知  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{3x}{a})^{\frac{1}{x}} = e^3$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_。

3、若  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + ax + b}{x - 5} = 4$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_。

4、 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x - 2)} =$ \_\_\_\_\_。

5、设  $y = e^{\cos^2 x}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_。

6、设  $f'(\ln x) = 1 + x$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_。

7、函数  $f(x)$  的全体原函数称为  $f(x)$  的\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_公式把定积分与不定积分联系起来。

8、已知方程  $y'' + 3y' - 10y = 0$ , 则通解  $y =$ \_\_\_\_\_。

二、判断题 (每小题 2 分, 共 20 分)

1、单调有界数列必有极限。

2、无穷小量不是 0, 但 0 是无穷小量。

3、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 。

4、 $\frac{1}{x}$  是无穷大。

5、函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内的极大值必定大于其极小值。

6、若曲线  $y = f(x)$  处处有切线, 则函数  $y = f(x)$  必处处可导。

7、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} [\frac{1}{x} - \cot x] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2 \sin x}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{3x^2} = \frac{1}{3}$ 。

8、若在  $[-a, a]$  上  $f(x)$  连续且为偶函数, 则  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ 。

9、若  $f(x)$  的某个原函数为常数, 则  $f(x) = 0$ 。

10、 $\frac{d}{dx} [\int_1^2 (1-t)^2 dt] = 0$ 。

二、选择题

1、设  $f(x) = \int_0^{\sin x} t dt$ ,  $g(x) = x^2$ , 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  与  $g(x)$  是\_\_\_\_\_。

- A.  $f(x)$  与  $g(x)$  是等价无穷小      B.  $f(x)$  是比  $g(x)$  高阶的无穷小  
C.  $f(x)$  是比  $g(x)$  低阶的无穷小      D.  $f(x)$  与  $g(x)$  是同阶, 但非等价无穷小

2、曲线  $y = x^3 + x - 1$  上哪点的切线与直线  $3y = 4x - 2$  平行\_\_\_\_\_。

- A. (1,1) 和 (-1,-3)      B. (1,-1) 和 (-1,3)  
C.  $(\frac{1}{3}, -\frac{17}{27})$  和  $(-\frac{1}{3}, -\frac{37}{27})$       D.  $(\frac{1}{3}, \frac{37}{27})$  和  $(-\frac{1}{3}, -\frac{37}{27})$

3、设  $f'(x) = (x-1)(2x+1)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ , 则在  $(\frac{1}{2}, 1)$  内曲线  $f(x)$  \_\_\_\_\_。

- A. 单调增凹的      B. 单调减凹的      C. 单调增凸的      D. 单调减凸

4、 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x \cos \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$  则  $x = 0$  是  $f(x)$  的\_\_\_\_\_。

- A. 连续点;      B. 可去间断点;      C. 跳跃间断点;      D. 振荡间断点。

5、曲线  $y = |\ln x|$  与直线  $x = \frac{1}{e}, x = e, y = 0$  所围成的区域的面积  $A =$ \_\_\_\_\_。

- A.  $2(1 - \frac{1}{e})$       B.  $e - \frac{1}{e}$       C.  $e + \frac{1}{e}$       D.  $1 + \frac{1}{e}$

### 三、计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1、求函数  $f(x) = (x-1)^2(x-2)^3$  在闭区间  $[0, 3]$  上的最大值和最小值。

2、计算不定积分:  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$ 。

3、计算定积分:  $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$ 。

4、求微分方程的特解:  $y' + \frac{y}{x} = e^x$ ,  $y|_{x=1} = 0$ 。